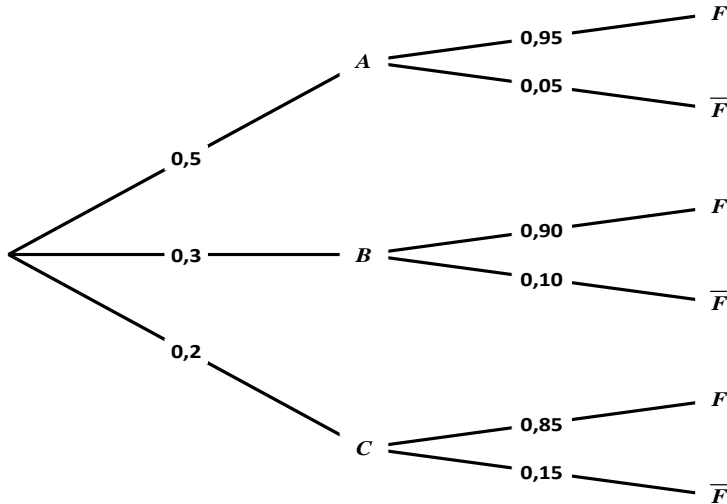


**Exercice 1 :**

1)



2)  $p(A \cap F) = p(A) \times p_A(F) = 0,5 \times 0,95 = 0,475$

3)

$$p(F) = p(A \cap F) + p(B \cap F) + p(C \cap F)$$

$$p(F) = 0,475 + 0,3 \times 0,9 + 0,2 \times 0,85 = 0,915$$

4)  $p_F(A) = \frac{p(A \cap F)}{p(F)} = \frac{0,475}{0,915} \approx 0,519$

5) a) Il y a répétition de 10 épreuves identiques et indépendantes avec 2 issues :

- l'ampoule est bonne de probabilité 0,915
- l'ampoule n'est pas bonne de probabilité 0,085

Donc  $X \sim B(10; 0,915)$

b)  $p(X = 7) \approx 0,040$

c)  $p(X \leq 8) \approx 0,207$

**Exercice 2 :**

1) D'après le texte,  $P(R) = 0,32$  et  $P_A(R) = 0,25$ .

2) voir ci-contre

3. L'évènement « le client ait plus de 50 ans et est intéressé par des placements dits risqués » est  $A \cap R$ .

$$P(A \cap R) = P(A) \times P_A(R) = 0,53 \times 0,25 = 0,1325.$$

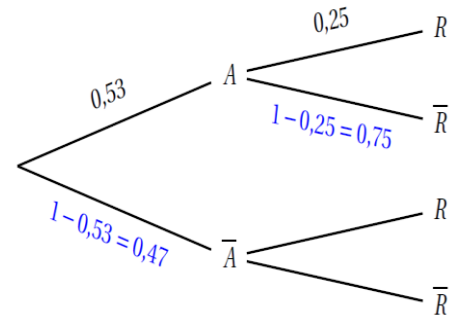
4. Sachant que le client est intéressé par des placements dits risqués, la probabilité qu'il ait plus de

$$50 \text{ ans est } P_R(A) = \frac{P(A \cap R)}{P(R)} = \frac{0,1325}{0,32} \approx 0,414.$$

5. D'après la formule des probabilités totales,  $P(R) = P(A \cap R) + P(\bar{A} \cap R)$  donc

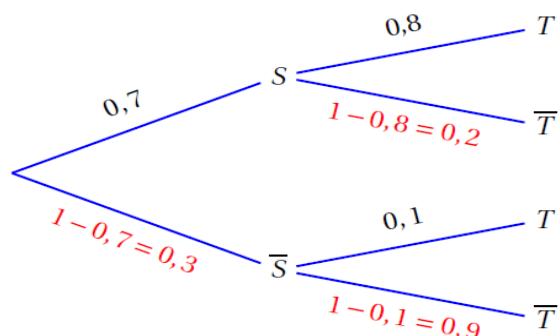
$$P(\bar{A} \cap R) = P(R) - P(A \cap R) = 0,32 - 0,1325 = 0,1875.$$

On en déduit que  $P_{\bar{A}}(R) = \frac{P(\bar{A} \cap R)}{P(\bar{A})} = \frac{0,1875}{0,47} \approx 0,399.$



### Exercice 3 :

1. On construit un arbre pondéré décrivant la situation :



2. L'évènement « l'élève interrogé est sensible au développement durable et pratique le tri sélectif » est l'évènement  $S \cap T$ .

$$P(S \cap T) = P(S) \times P_S(T) = 0,7 \times 0,8 = 0,56$$

3. D'après la formule des probabilités totales :

$$P(T) = P(S \cap T) + P(\bar{S} \cap T) = P(S) \times P_S(T) + P(\bar{S}) \times P_{\bar{S}}(T) = 0,56 + 0,3 \times 0,1 = 0,59$$

4. On interroge un élève qui ne pratique pas le tri sélectif.

On évalue si cet élève est sensible au développement durable, donc on cherche  $P_{\bar{T}}(S)$  :

$$P_{\bar{T}}(S) = \frac{P(S \cap \bar{T})}{P(\bar{T})} = \frac{P(S \cap \bar{T})}{1 - P(T)} = \frac{0,7 \times 0,2}{1 - 0,59} \approx 0,34$$

Les chances qu'il se dise sensible au développement durable sont de 34 % donc ne sont pas inférieures à 10 %.

5. On interroge successivement et de façon indépendante quatre élèves pris au hasard parmi les élèves de l'établissement. Soit  $X$  la variable aléatoire qui donne le nombre d'élèves pratiquant le tri sélectif parmi les 4 élèves interrogés.

a. La probabilité qu'un élève interrogé au hasard pratique le tri sélectif est 0,59. La variable aléatoire  $X$  suit la loi binomiale de paramètres  $n = 4$  et  $p = 0,59$ .

Pour une variable aléatoire suivant la loi binomiale  $\mathcal{B}(n, p)$ , la probabilité d'obtenir  $k$  succès est donnée par :

$$P(X = k) = \binom{n}{k} p^k (1 - p)^{n-k}$$

b. La probabilité qu'aucun des quatre élèves ne pratique le tri sélectif est :

$$P(X = 0) = \binom{4}{0} \times 0,59^0 (1 - 0,59)^4 = 0,41^4 \approx 0,03$$

c. La probabilité qu'au moins deux des quatre élèves pratiquent le tri sélectif est  $P(X \geq 2)$ .

$$\begin{aligned} P(X \geq 2) &= P(X = 2) + P(X = 3) + P(X = 4) \\ &= \binom{4}{2} \times 0,59^2 (1 - 0,59)^{4-2} + \binom{4}{3} \times 0,59^3 (1 - 0,59)^{4-3} + \binom{4}{4} \times 0,59^4 (1 - 0,59)^{4-4} \\ &\approx 0,3511 + 0,3368 + 0,1212 \approx 0,81 \end{aligned}$$

On peut aussi utiliser l'évènement contraire :

$$P(X \geq 2) = 1 - P(X < 2) = 1 - (P(X = 0) + P(X = 1)) \approx 1 - (0,0283 + 0,1627) \approx 0,81$$